

No of Questions : 30

नामांक

No of Pages : 4

--	--	--	--	--	--	--

माध्यमिक परीक्षा, 2019

गणित

मॉडल पेपर 10

समय : $3\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

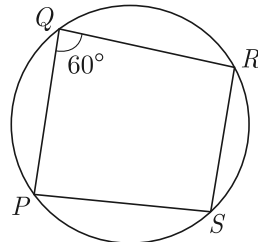
1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

1. सूत्र एकन्यूनेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए 46×99 का मान ज्ञात कीजिए- 1
2. सूत्र शून्य साम्य समुच्चये द्वारा समीकरण-
 $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-8}$ का हल ज्ञात कीजिए। 1
3. 5005 संख्या के अभाज्य गुणनखण्डों की घातों का योगफल लिखिए। 1
4. $7\sec^2 B - 7\tan^2 B$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
5. किसी समय पर एक पेड़ की परछाई की लम्बाई पेड़ की लम्बाई का $\sqrt{3}$ गुना है। उस समय सूर्य का उन्नयन कोण कितना होगा? 1
6. दी गई आकृति में $\square PQRS$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जहाँ, $\angle PQR = 50^\circ$ है। $\angle PSR$ ज्ञात करो। 1



7. तीन असंरेखीय बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत्तों की संख्या लिखिए। 1
8. एक पासे को फेंका जाता है तो तीन से बड़ी संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
9. यदि एक सड़क पर यातायात सिग्नल एक चौराहे से क्रमशः निम्न दूरियों पर लगे हैं: 3,8,13,.....तथा अन्तिम सिग्नल 253 मीटर पर लगा है। तो यह ज्ञात करो कि 20वाँ सिग्नल कितनी दूरी पर लगा है? 1
10. पुलिस की PCR वैन में सुरक्षा की दृष्टि से छोटी-छोटी बन्दूकें क्षैतिज के साथ 45° का कोण बनाते हुए लगाई गई हैं। यदि बन्दूक द्वारा छोड़ी गई गोली 195 मीटर जाती है तो गोली के अन्तिम स्थान की पृथ्वी तल से ऊँचाई की गणना कीजिए। 1

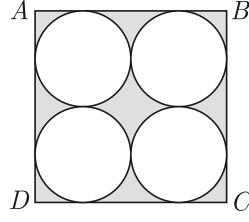
भाग-ब

11. भाग विधि से संख्या 68921 का घनमूल ज्ञात कीजिये। 2
12. दर्शाइये कि $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। 2
13. एक वृत्त के चाप की लम्बाई 12 सेमी तथा त्रिज्या 7 सेमी है। वृत्त के लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3
14. एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी है तो गोले का आयतन ज्ञात कीजिए। 2
15. एक सीधे व 12 मीटर ऊँचे पोल के शीर्ष पर एक CCTV कैमरा लगा है ताकि पोल के शीर्ष से 13 मीटर दूर दृष्टि रेखा के आगे भी यातायात देखा जा सके। इस स्थिति में पोल के बाद से वह दूरी, जिसके आगे से यातायात दिखाई देता है, ज्ञात कीजिए। 2

भाग-स

16. $x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ को $x - 1 - x^2$ से भाग दीजिए और विभाजन एल्गोरिथ्म की सत्यता की जाँच कीजिए। 3
17. एक समान्तर श्रेणी के प्रथम m पदों का योगफल $4m^2 - m$ है। यदि इस श्रेणी का n वाँ पद 107 है, तो n का मान ज्ञात कीजिए। इस समान्तर श्रेणी का 21वाँ पद भी ज्ञात कीजिए। 3
18. किसी गली में जमीन से 15 m की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की से गली के दूसरी ओर स्थित एक मकान के शिखर तथा पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 45° हैं। दिखाइए कि मकान की ऊँचाई 23.66 m है। ($\sqrt{3} = 1.732$) 3
19. एक ΔABC की माधिकाएँ AD, BE और CF एक बिन्दु G से गुजरती हैं। यदि $AG = 5$ सेमी, $BE = 12$ सेमी और $FG = 3$ सेमी हो तो AD, GE और GC ज्ञात कीजिए। 3
20. एक चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $ABCD$ एक समलम्ब चतुर्भुज है। 3
21. सिद्ध करो कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण युग्म सम्पूरक या उनका योग 180° होता है। 3
22. ΔABC की रचना कीजिए जिसकी भुजा $BC = 4$ सेमी, $\angle B = 40^\circ$ एवं $\angle A = 90^\circ$ हो। इस त्रिभुज के परिगत वृत्त की रचना कीजिए और परिकेन्द्र की स्थिति की जाँच कीजिए। 3

23. दी गई आकृति में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ $ABCD$ भुजा 14 सेमी. का एक वर्ग है। 3



24. धातु के तीन घन, जिनकी कोरे 3:4:5 के अनुपात में हैं, को पिघलाकर एक घन बनाया गया है जिसका विकर्ण $12\sqrt{3}$ सेमी है। तीनों घनों की कोरे ज्ञात कीजिए। 3
25. दो भिन्न पासों को एक साथ फेंका जाता है। प्रायिकता क्या है कि दोनों पासों पर प्राप्त अंकों: 3
1. का योग 9 है?
 2. का योग 10 है?
 3. का योग कम-से-कम 10 है?
 4. का योग 13 है?
 5. का योग 12 या कम है?
 6. में एक पासे पर 2 का गुणक और दूसरे पर 3 का गुणक है?

भाग-द

26. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्मों को आलेखीय विधि से हल कीजिए तथा उन बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जहाँ इनके द्वारा निरूपित रेखाएँ y -अक्ष को काटती हैं। 6

$$2x - 5y + 4 = 0$$

$$2x + y - 8 = 0$$

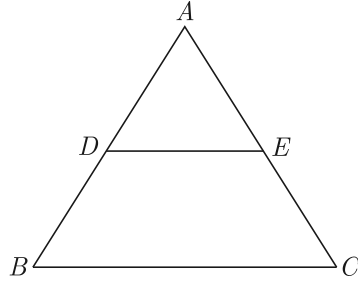
27. सिद्ध कीजिए कि- 3+3=6
- (1) $\frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta} = \tan \theta$

(2) $\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 2 \sec \theta$

अथवा

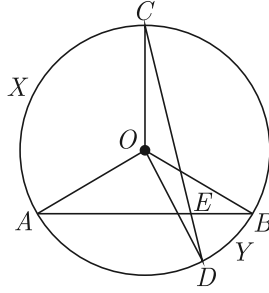
27. (1) $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A) = \frac{1}{\tan A + \cot A}$ 3
- (2) यदि $\sec 5\theta = \operatorname{cosec}(\theta - 36^\circ)$ यहाँ 5θ एक न्यूनकोण है तो θ का मान ज्ञात कीजिए। 3
28. (1) यदि बिन्दु $A(2, 5)$ और बिन्दु B को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु $P(-1, 2)$ हो, तो बिन्दु B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- (2) बिन्दुओं $P(-3, 4)$ तथा $Q(4, 5)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 3+3=6

29. दी गई आकृति में ABC एक त्रिभुज है। यदि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, तो सिद्ध कीजिए $DE \parallel BC$ 6



अथवा

29. आकृति में, AB और CD एक वृत्त की दो जीवाएँ हैं, जो E पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle AEC = \frac{1}{2}$ (चाप CXA द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण + चाप DYB द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण) है।



30. निम्न बारम्बारता बंटन के माध्य व बहुलक ज्ञात कीजिए-

6

प्राप्तांक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	4	28	42	20	6

□□□□□□

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019

10वीं कक्षा

गणित

मॉडल पेपर 10

समय : 3¼ घंटे

(पूर्णांक : 80)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

1. सूत्र एकन्यूनेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए 46×99 का मान ज्ञात कीजिए- 1

उत्तर :

$$\text{वाम पक्ष} = 46 - 1 = 45$$

$$\text{दक्षिण पक्ष} = 99 - 45 = 54$$

$$46 \times 99 = 46 - 1/99 - 45$$

$$= 45/54 = 4554$$

संकेत-

1. गुणक अंक संख्या = गुण्य अंक संख्या
2. गुणनफल = गुण्य -1 /गुणक-वामपक्ष

2. सूत्र शून्य साम्य समुच्चये द्वारा समीकरण-

$$\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-8} \text{ का हल ज्ञात कीजिए।} \quad 1$$

उत्तर :

$$\text{वाम पक्ष के हरों का योग} = x - 4 + x - 6$$

$$= 2x - 10 \quad \dots(1)$$

$$\text{दक्षिण पक्ष के हरों का योग} = x - 2 + x - 8$$

$$= 2x - 10 \quad \dots(2)$$

दोनों समुच्चय समान होने पर सूत्रानुसार,

$$2x - 10 = 0 \Rightarrow 2x = 10$$

$$\Rightarrow x = \frac{10}{2} \Rightarrow x = 5$$

3. 5005 संख्या के अभाज्य गुणनखण्डों की घातों का योगफल लिखिए। 1

उत्तर :

5	5005
7	1001
11	143
13	13
	1

$$5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$$

अतः घातों का योग = $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$ होगा।

4. $7 \sec^2 B - 7 \tan^2 B$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

यहाँ पर,

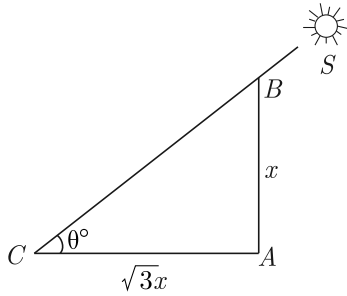
$$7 \sec^2 B - 7 \tan^2 B = 7(1 + \tan^2 B) - 7 \tan^2 B$$

$$[\because 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta]$$

$$= 7 + 7 \tan^2 B - 7 \tan^2 B$$

$$= 7$$

5. किसी समय पर एक पेड़ की परछाई की लम्बाई पेड़ की लम्बाई का $\sqrt{3}$ गुना है। उस समय सूर्य का उन्नयन कोण कितना होगा? 1
उत्तर :



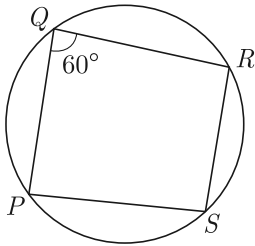
माना पेड़ AB की परछाई AC है।

माना $AB = x$ मीटर, तब, $AC = \sqrt{3}x$ मीटर

माना $\angle ACB = \theta^\circ$

$$\frac{AB}{AC} = \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

6. दी गई आकृति में $\square PQRS$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जहाँ, $\angle PQR = 60^\circ$ है। $\angle PSR$ ज्ञात करो। 1



उत्तर :

$$\angle PQR + \angle PSR = 180^\circ$$

[चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है।]

$$60^\circ + \angle PSR = 180^\circ \quad \dots \text{(दिया है)}$$

$$\therefore \angle PSR = 120^\circ$$

7. तीन असंरेखीय बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत्तों की संख्या लिखिए। 1

उत्तर :

तीन बिन्दु जो एक सरल रेखा में नहीं हैं, से होकर जाने वाला एक ही वृत्त है।

8. एक पासे को फेंका जाता है तो तीन से बड़ी संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

पासे को फेंकने पर कुल सम्भावित परिणाम = 1, 2, 3, 4, 5, 6

अतः कुल सम्भावित परिणामों की संख्या = 6

3 से बड़ी संख्या प्राप्त करने के परिणाम 4, 5, 6

\therefore अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

अतः अभीष्ट प्रायिकता = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

9. यदि एक सड़क पर यातायात सिग्नल एक चौराहे से क्रमशः निम्न दूरियों पर लगे हैं: 3, 8, 13, तथा अन्तिम सिग्नल 253 मीटर पर लगा है। तो यह ज्ञात करो कि 20वाँ सिग्नल कितनी दूरी पर लगा है? 1

उत्तर :

3, 8, 13,, 253 (प्रश्न के अनुसार)

$\therefore a = 3, d = 5$

$$a_{20} = l - (n - 1)d \quad (\text{अन्त से } n \text{ वाँ पद})$$

$$= 253 - (19)5$$

$$= 253 - 95 = 158$$

अतः 20वाँ सिग्नल चौराहे से 159 मीटर दूर है।

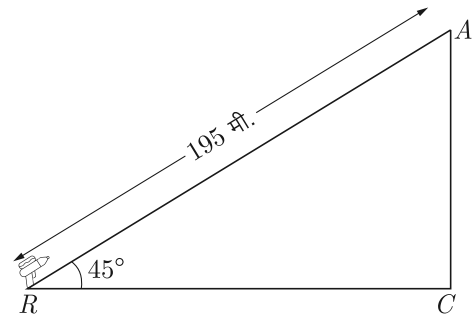
10. पुलिस की PCR वैन में सुरक्षा की दृष्टि से छोटी-छोटी बन्दूकें क्षैतिज के साथ 45° का कोण बनाते हुए लगाई गई हैं। यदि बन्दूक द्वारा छोड़ी गई गोली 195 मीटर जाती है तो गोली के अन्तिम स्थान की पृथ्वी तल से ऊँचाई की गणना कीजिए। 1

उत्तर :

हम जानते हैं-

$$\sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\Rightarrow AC = AB \sin \theta$$



मान रखने पर-

$$AC = 195 \sin 45^\circ$$

$$= 195 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{195}{1.414} = 137.91 \text{ मीटर}$$

$$= 138 \text{ मीटर}$$

अतः गोली के अन्तिम स्थान की पृथ्वी तल से ऊँचाई 138 मीटर होगी।

भाग-ब

11. भाग विधि से संख्या 68921 का घनमूल ज्ञात कीजिये। 2

उत्तर :

भाग विधि से-

क्रियापद ↓	41
-4^3	068921
	-64
$-3 \times 4^2 \times 1$	49
	-48
$-3 \times 4 \times 1^2$	12
$\times 1^2$	-12
-1^3	01
	-01
	×

अतः 68921 का घनमूल = 41

संकेत:

1. अन्तिम समूह $68 - 4^3 = 4$
 2. घनमूल अंक 4 ऊपर लिखा। नया भाज्य = 49
 3. नये भाज्य में $3 \times 4^2 \times 1 = 48$ का भाग दिया।
 4. भागफल अंक 1 ऊपर लिखा। $3 \times 4^2 \times 1$ घटाया। शेषफल = 1, नया भाज्य = 12
 5. $12 - 3 \times 4 \times 1^2 = 12$, शेषफल = 0
 6. नया भाज्य = $01 - 1^3 = 0$
- अतः घनमूल = 41

12. दर्शाइये कि $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। 2

उत्तर :

माना कि $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5} = \frac{a}{b}, b \neq 0 \quad \dots(1)$$

जहाँ a, b पूर्णांक सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।
समीकरण (1) को निम्न प्रकार लिख सकते हैं,

$$\sqrt{5} = \frac{a}{b} - \sqrt{2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$$(\sqrt{5})^2 = \left(\frac{a}{b} - \sqrt{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{a^2}{b^2} + 2 - 2\sqrt{2} \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2} \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} - 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a^2 - 3b^2}{2ab} \quad \dots(2)$$

चूँकि a, b पूर्णांक है, अतः $\frac{a^2 - 3b^2}{2ab}$ एक परिमेय संख्या होगी।

अतः समीकरण (2) से $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है। जबकि हम जानते हैं कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। अतः यह परिणाम विरोधाभासी है, इसलिए हमारी परिकल्पना कि $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है, गलत है।

अतः $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

इतिसिद्धम्

13. एक वृत्त के चाप की लम्बाई 12 सेमी तथा त्रिज्या 7 सेमी है। वृत्त के लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

दिया है-

वृत्त के चाप की लम्बाई, $(L) = 12$ सेमी

तथा वृत्त की त्रिज्या, $(r) = 7$ सेमी

हम जानते हैं कि यदि चाप की लम्बाई (L) तथा वृत्त की त्रिज्या (r) है तब लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$A = \frac{1}{2} L \times r$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 7$$

$$= 6 \times 7 = 42 \text{ वर्ग सेमी}$$

अतः लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = 42 वर्ग सेमी

14. एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी है तो गोले का आयतन ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :

माना गोले की त्रिज्या = r सेमी

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 616 वर्ग सेमी

$$4\pi r^2 = 616$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 616$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{616 \times 7}{4 \times 22} = 49$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{49} = 7 \text{ सेमी}$$

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 7 \times 7}{3}$$

$$= 1437.33 \text{ घन सेमी}$$

अतः गोले का आयतन = 1437.33 घन सेमी

15. एक सीधे व 12 मीटर ऊँचे पोल के शीर्ष पर एक CCTV कैमरा लगा है ताकि पोल के शीर्ष से 13 मीटर दूर दृष्टि रेखा के आगे भी यातायात देखा जा सके। इस स्थिति में पोल के बाद से वह दूरी, जिसके आगे से यातायात दिखाई देता है, ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :

दिया है, पोल की ऊँचाई = 12 मीटर

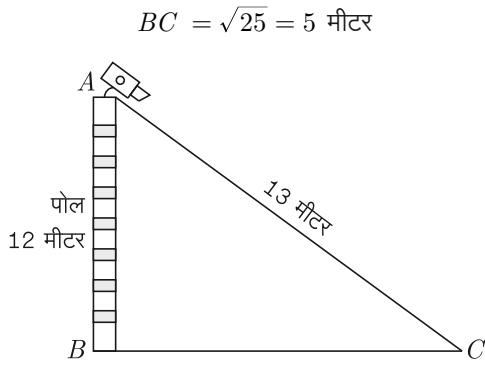
दूर दृष्टि रेखा की लम्बाई = 13 मीटर

$$\text{अतः } (BC)^2 = (AC)^2 - (AB)^2$$

$$= (13)^2 - (12)^2$$

$$= 169 - 144$$

$$(BC)^2 = 25$$



अतः पोल के पाद से वह दूरी जिसके आगे से यातायात दिखाई देगा = 5 मीटर होगी।

भाग-स

16. $x^3 - 3x^2 + 3x - 5$ को $x - 1 - x^2$ से भाग दीजिए और विभाजन एल्गोरिथ्म की सत्यता की जाँच कीजिए। 3

उत्तर :
माना कि

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$$

तथा $g(x) = x - 1 - x^2 = -x^2 + x - 1$
अब $f(x)$ को $g(x)$ से विभाजित करेंगे।

$$\begin{array}{r} -x+2 \\ -x^2+x-1 \overline{) x^3-3x^2+3x-5} \\ \underline{-x^3 \quad +x^2 \quad -x} \\ -2x^2+2x-5 \\ \underline{-2x^2+2x-2} \\ -3 \end{array}$$

अतः भागफल $q(x) = -x + 2$

तथा शेषफल $r(x) = -3$

विभाजन एल्गोरिथ्म के प्रयोग से,

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = (-x^2 + x - 1)(-x + 2) - 3$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = (x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + x - 2) - 3$$

-3

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = x^3 - 3x^2 + 3x - 2 - 3$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$$

चूँकि: बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

अतः विभाजन एल्गोरिथ्म सत्यापित होता है।

17. एक समान्तर श्रेणी के प्रथम m पदों का योगफल $4m^2 - m$ है। यदि इस श्रेणी का n वाँ पद 107 है, तो n का मान ज्ञात कीजिए। इस समान्तर श्रेणी का 21वाँ पद भी ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

दिया है, समान्तर श्रेणी के प्रथम m पदों का योगफल

$$(S_m) = 4m^2 - m$$

$m = 1, 2, 3$ रखने पर,

$$S_1 = 4 \times (1)^2 - 1 = 3$$

$$S_2 = 4 \times (2)^2 - 2 = 14$$

$$S_3 = 4 \times (3)^2 - 3 = 33$$

$$a = a_1 = 3, a_2 = S_2 - S_1$$

$$= 14 - 3 = 11$$

$$a_3 = S_3 - S_2 = 33 - 14 = 19$$

अतः समान्तर श्रेणी 3, 11, 19, ... हैं।

यहाँ,

$$a = 3, d = 11 - 3 = 8$$

$$a_n = 107 \text{ (दिया है)}$$

$$\Rightarrow a + (n - 1) \times d = 107$$

$$\Rightarrow 3 + (n - 1) \times 8 = 107$$

$$\Rightarrow (n - 1) \times 8 = 107 - 3$$

$$\Rightarrow (n - 1) = \frac{104}{8}$$

$$\Rightarrow n = 13 + 1 = 14$$

$$a_{21} = 3 + (21 - 1) \times 8$$

$$= 3 + 20 \times 8$$

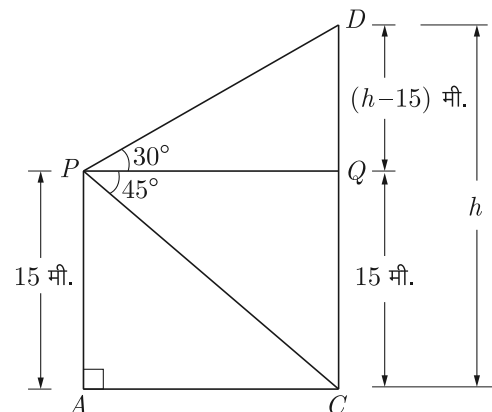
$$= 3 + 160 = 163$$

अतः $n = 14$ तथा 21वाँ पद = 163

18. किसी गली में जमीन से 15 m की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की से गली के दूसरी ओर स्थित एक मकान के शिखर तथा पाद के उन्नयन तथा अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 45° हैं। दिखाइए कि मकान की ऊँचाई 23.66 m है। ($\sqrt{3} = 1.732$) 3

उत्तर :

माना कि जमीन से 15 m की ऊँचाई पर एक खिड़की P है तथा गली के दूसरी ओर एक मकान CD इस प्रकार है कि खिड़की P से मकान के शिखर व पाद के उन्नयन व अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 45° हैं। माना मकान CD की ऊँचाई h m है।



$$\Delta PQC \text{ में, } QD = CD - CQ = CD - AP$$

$$= (h - 15) \text{ m}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{QC}{PQ}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{15}{PQ}$$

$$\Rightarrow PQ = 15 \text{ m}$$

$$\Delta POD \text{ में, } \tan 30^\circ = \frac{QD}{PQ}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h - 15}{15}$$

$$\Rightarrow h - 15 = \frac{15}{\sqrt{3}} \Rightarrow h - 15 = 5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = 15 + 5 \times 1.732 = 23.66 \text{ m}$$

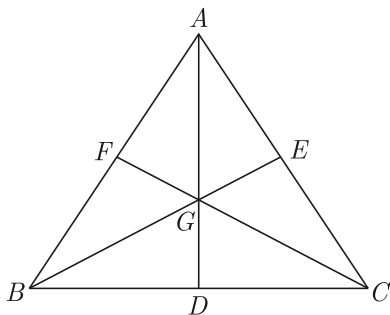
अतः मकान की ऊँचाई = 23.66 m

19. एक ΔABC की माधिकाएँ AD, BE और CF एक बिन्दु G से गुजरती हैं। यदि $AG = 5$ सेमी, $BE = 12$ सेमी और $FG = 3$ सेमी हो तो AD, GE और GC ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

चित्र में ΔABC की माधिकायें AD, BE और CF हैं जो एक बिन्दु G से गुजरती हैं।

हम जानते हैं कि बिन्दु G माधिकाओं को 2:1 में अन्तः विभाजित करता है।



इसलिए,

$$AD = \frac{3}{2}AG$$

$$= \frac{3}{2} \times 5$$

$$= \frac{15}{2} = 7.5 \text{ सेमी}$$

$$GE = \frac{1}{3}BE$$

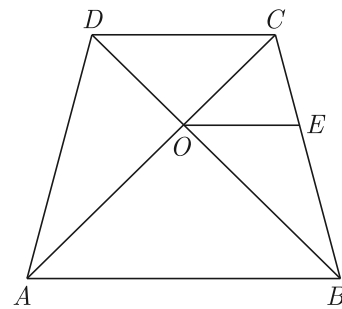
$$= \frac{1}{3} \times 12 = 4 \text{ सेमी}$$

तथा $GC = 2FG = 2 \times 3 = 6$ सेमी

20. एक चतुर्भुज $ABCD$ के विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $ABCD$ एक समलम्ब चतुर्भुज है। 3

उत्तर :

दिया है-चतुर्भुज $ABCD$ में आकृति के अनुसार,



$$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$

सिद्ध करना है- $ABCD$ एक समलम्ब चतुर्भुज है, इसके लिए हमें $AB = CD$ सिद्ध करना होगा।

रचना- O से $OE \parallel AB$ खींची।

उपपत्ति- $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ (दिया हुआ है)

या $\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$... (1)

ΔABC में, $OE \parallel AB$

$\therefore \frac{CO}{OA} = \frac{CE}{EB}$

(आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा)

या $\frac{OA}{CO} = \frac{EB}{CE}$... (2)

(1) व (2) से, $\frac{BO}{DO} = \frac{EB}{CE}$

या $\frac{BO}{DO} = \frac{BE}{EC}$

$\Rightarrow OE \parallel CD$ (ΔBCD में आधारभूत अनुपातिक प्रमेय के विलोम से) ... (3)

$\therefore OE \parallel AB$ (रचना से) ... (4)

(3) व (4) से, $AB \parallel CD$

अर्थात् $ABCD$ एक समलम्ब चतुर्भुज है। इतिसिद्धम्

21. सिद्ध करो कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण युग्म सम्पूरक या उनका योग 180° होता है। 3

उत्तर :

दिया हुआ है- $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है।

सिद्ध करना- $\angle A + \angle C = 180^\circ$

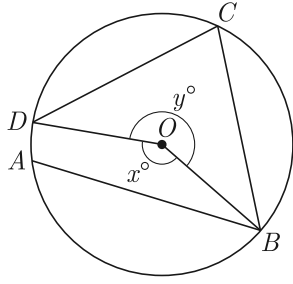
$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

रचना- O को B व D से मिलाया।

उपपत्ति- चाप DAB द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण x° और वृत्त के शेष भाग पर अन्तरित कोण $\angle C$ है।

अतः, $\angle C = \frac{1}{2}x^\circ$... (1)

इसी प्रकार चाप DCB द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण y° और वृत्त के शेष भाग पर अन्तरित कोण $\angle A$ है।



अतः $\angle A = \frac{1}{2}y^\circ$... (2)

समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर,

$$\angle C + \angle A = \frac{1}{2}(x^\circ + y^\circ)$$

या $\angle C + \angle A = \frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$... (3)

चूँकि चतुर्भुज के चारों कोण का योग 360° होता है

अतः $\angle B + \angle D = 360^\circ - (\angle A + \angle C)$

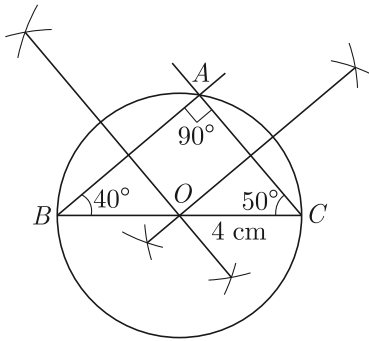
या $\angle B + \angle D = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$... (3)

इतिसिद्धम्

22. $\triangle ABC$ की रचना कीजिए जिसकी भुजा $BC = 4$ सेमी, $\angle B = 40^\circ$ एवं $\angle A = 90^\circ$ हो। इस त्रिभुज के परिगत वृत्त की रचना कीजिए और परिकेन्द्र की स्थिति की जाँच कीजिए। 3

उत्तर :

रचना के चरण-



1. चूँकि त्रिभुज में $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (भुजा BC के C पर स्थित कोण ज्ञात करने के लिए)

अतः $\angle C = 180 - (\angle A + \angle B)$

या $\angle C = 180 - (90 + 40) = 50^\circ$

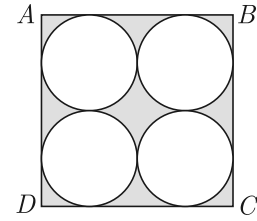
2. $\triangle ABC$ की $BC = 4$ सेमी., $\angle B = 40^\circ$ व $\angle C = 50^\circ$ का उपयोग कर रचना की। इस रचना से $\angle A = 90^\circ$ स्वतः प्राप्त होगा।

3. AB एवं AC के लम्ब समद्विभाज खींचकर परिकेन्द्र O प्राप्त किया।

4. परिकेन्द्र से एक शीर्ष A तक त्रिज्या लेकर एक वृत्त की रचना की जो $\triangle ABC$ के सभी शीर्षों से गुजरता है।

यही $\triangle ABC$ का अभीष्ट परिवृत्त (परिगत) वृत्त है। $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है, जिसका परिकेन्द्र त्रिभुज के कर्ण BC पर स्थित है।

23. दी गई आकृति में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ ABCD भुजा 14 सेमी. का एक वर्ग है। 3



उत्तर :

वर्ग ABCD का क्षेत्रफल = $14 \times 14 \text{ cm}^2$

= 196 cm^2

प्रत्येक वृत्त का व्यास $\frac{14}{2} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$

इसलिए प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या = $\frac{7}{2} \text{ cm}$

अतः एक वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

= $\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ cm}^2$

= $\frac{154}{4} \text{ cm} = \frac{77}{2} \text{ cm}^2$

इसलिए चारों वृत्त का क्षेत्रफल = $4 \times \frac{77}{2} \text{ cm}^2$

= 154 cm^2

अतः छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल = $(196 - 154) \text{ cm}^2$

= 42 cm^2

24. धातु के तीन घन, जिनकी कोरे 3:4:5 के अनुपात में हैं, को पिघलाकर एक घन बनाया गया है जिसका विकर्ण $12\sqrt{3}$ सेमी है। तीनों घनों की कोरे ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

कोरों का अनुपात = 3:4:5

माना कोर $3x, 4x$ और $5x$ है।

\therefore इन घनों का आयतन क्रमशः $27x^3, 64x^3$ और $125x^3$ सेमी³ होंगे।

अब तीनों घनों के आयतनों का योग = $27x^3 + 64x^3 + 125x^3$

= $216x^3$ सेमी³

माना नये घन की भुजा = a सेमी

\therefore नये घन का विकर्ण = $a\sqrt{3}$ सेमी.

$a\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \Rightarrow a = 12$

\therefore नये घन का आयतन = $(12)^3 = 1728$ सेमी³

अब, $216x^3 = 1728$

$\Rightarrow x^3 = 8$

$\Rightarrow x = 2$

\therefore घन I की कोर = $3 \times 2 = 6$ सेमी

घन II की कोर = $4 \times 2 = 8$ सेमी

घन III की कोर = $5 \times 2 = 10$ सेमी

25. दो भिन्न पासों को एक साथ फेंका जाता है। प्रायिकता क्या है कि दोनों पासों पर प्राप्त अंकों: 3

1. का योग 9 है?
2. का योग 10 है?
3. का योग कम-से-कम 10 है?
4. का योग 13 है?
5. का योग 12 या कम है?
6. में एक पासे पर 2 का गुणक और दूसरे पर 3 का गुणक है?

उत्तर :

जब दो भिन्न पासों को फेंका जाता है, तो सभी सम सम्भावी परिणामों की संख्या = 36

1. दोनों संख्याओं का योग 9 आने की विधियाँ (6,3), (5,4), (4,5) और (3,6) अर्थात् 4 है।

$$\therefore P(\text{योग 9}) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

2. दोनों संख्याओं का योग 10 आने की विधियाँ (6,4), (5,5) और (4,6) है अर्थात् 3 है।

$$\therefore P(\text{योग 10}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

3. योग कम-से-कम 10 का अर्थ है 10,11 या 12; अतः घटना योग न्यूनतम 10 आने की विधियाँ (6,4), (5,5), (4,6), (6,5), (5,6), (6,6) अर्थात् 6 हैं।

$$\therefore P(\text{योग कम-से-कम 10}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

4. दो पासों की फेंक में योग 13 कभी प्राप्त नहीं होता है। अतः घटना दोनों संख्याओं का योग 13 आने के कोई अनुकूल परिणाम नहीं हैं।

$$\therefore P(\text{योग 13}) = \frac{0}{36} = 0$$

5. दो पासों की फेंक में योग 12 या 12 से कम आने की सम्भावनायें सभी 36 परिणाम हैं।

$$\therefore P(\text{योग 12 या 12 से कम}) = \frac{36}{36} = 1$$

6. पहले पासे पर 2 का गुणक और दूसरे पासे पर 3 का गुणक आने की विधियाँ (2,3),(2,6),(4,3),(4,6),(6,3),(6,6), (3,2),(3,4),(3,6),(6,2),(6,4) हैं।

$$\therefore \text{घटना के अनुकूल अवसरों की संख्या} = 11$$

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{11}{36}$$

भाग-द

26. निम्न रेखिक समीकरणों के युग्मों को आलेखीय विधि से हल कीजिए तथा उन बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए जहाँ इनके द्वारा निरूपित रेखाएँ y -अक्ष को काटती हैं। 6

$$2x - 5y + 4 = 0$$

$$2x + y - 8 = 0$$

उत्तर :

दिया गया रेखिक समीकरण युग्म है-

$$2x - 5y + 4 = 0$$

$$2x + y - 8 = 0$$

$2x - 5y + 4 = 0$ के ग्राफ के लिए हमें प्राप्त है-

$$5y = 2x + 4$$

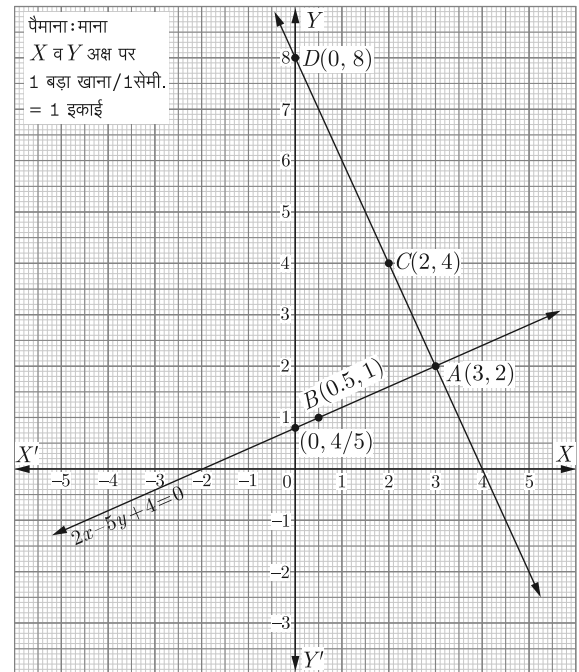
या $y = \frac{2x + 4}{5}$

यदि $x = 3$ हो, तो $y = \frac{2 \times 3 + 4}{5} = \frac{6 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2$

तथा यदि $x = \frac{1}{2}$ तो $y = \frac{2 \times \frac{1}{2} + 4}{5} = \frac{1 + 4}{5} = \frac{5}{5} = 1$

अब यह तालिका प्राप्त हमें प्राप्त हुई-

x	3	0.5
y	2	1



अब, ग्राफ $2x + y - 8 = 0$ के लिए हमें प्राप्त है-

$$2x + y = 8 \text{ या } y = 8 - 2x$$

अब यदि $x = 2$, तब $y = 8 - 2 \times 2 = 8 - 4 = 4$

अब यदि $x = 3$, तब $y = 8 - 2 \times 3 = 8 - 6 = 2$

अब यह तालिका प्राप्त हुई-

x	2	3
y	4	2

बिन्दुओं $A(3,2)$ तथा $B(0.5,1)$ को ग्राफ पेपर पर आलेखित किया गया तथा इन्हें मिलाकर $2x - 5y + 4 = 0$ का ग्राफ प्राप्त किया गया। अब $C(2,4)$ तथा $A(3,2)$ को इसी ग्राफ पर आलेखित कर और इनको मिलाकर $2x + y - 8 = 0$ का ग्राफ प्राप्त किया गया। ये दोनों रेखाएँ बिन्दु $(3,2)$ पर प्रतिच्छेद करती हैं। अतः $x = 3$ तथा

$y = 2$ ही इनका हल है और दोनों सरल रेखायें y -अक्ष को निर्देशांक $(0, 0.8)$ और $(0.8, 0)$ पर काटती हैं।

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A}} = \frac{1}{\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A}} \\ &= \frac{1}{\frac{\sin^2 A}{\sin A \cos A} + \frac{\cos^2 A}{\sin A \cos A}} \\ &= \frac{1}{\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A}} = \frac{1}{\tan A + \cot A} \\ &= \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

27. सिद्ध कीजिए कि- 3+3=6

(1) $\frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta} = \tan \theta$
 (2) $\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 2 \sec \theta$

उत्तर :

(1) L.H.S. = $\frac{\sin \theta - 2 \sin^3 \theta}{2 \cos^3 \theta - \cos \theta}$
 $= \frac{\sin \theta (1 - 2 \sin^2 \theta)}{\cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1)}$
 $= \frac{\sin \theta \left[\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin^2 \theta}{2 \cos^2 \theta - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)} \right]}$
 $[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$
 $= \frac{\sin \theta \left[\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta} \right]}$
 $= \frac{\sin \theta \left[\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} \right]}$
 $= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = \text{R.H.S.} \quad \text{इतिसिद्धम्}$

(2) L.H.S. = $\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$
 $= \frac{(1 + \sin \theta)^2 + \cos^2 \theta}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} \quad (\text{LCM लेने पर})$
 $= \frac{1 + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta (1 + \sin \theta)}$
 $[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$
 $= \frac{1 + 1 + 2 \sin \theta}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} = \frac{2(1 + \sin \theta)}{\cos \theta (1 + \sin \theta)}$
 $= \frac{2}{\cos \theta} = 2 \sec \theta = \text{R.H.S.}$

अथवा

27. (1) $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A) = \frac{1}{\tan A + \cot A}$ 3

(2) यदि $\sec 5\theta = \operatorname{cosec}(\theta - 36^\circ)$ यहाँ 5θ एक न्यूनकोण है तो θ का मान ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

(1) L.H.S. = $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A)$
 $= \left(\frac{1}{\sin A} - \sin A \right) \left(\frac{1}{\cos A} - \cos A \right)$
 $= \left(\frac{1 - \sin^2 A}{\sin A} \right) \left(\frac{1 - \cos^2 A}{\cos A} \right)$
 $= \frac{\cos^2 A}{\sin A} \left(\frac{\sin^2 A}{\cos A} \right) = \frac{\sin A \cos A}{1}$
 $= \frac{\sin A \cos A}{\sin^2 A + \cos^2 A} \quad [\because 1 = \sin^2 A + \cos^2 A]$

(2) दिया है-

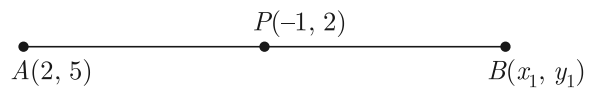
$$\begin{aligned} \sec 5\theta &= \operatorname{cosec}(\theta - 36^\circ) \\ \Rightarrow \operatorname{cosec}(90^\circ - 5\theta) &= \operatorname{cosec}(\theta - 36^\circ) \\ &[\because \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta] \\ \Rightarrow 90^\circ - 5\theta &= \theta - 36^\circ \\ \Rightarrow 5\theta + \theta &= 90^\circ + 36^\circ \\ \Rightarrow 6\theta &= 126^\circ \\ \Rightarrow \theta &= \frac{126}{6} = 21^\circ \\ \text{अतः} \quad \theta &= 21^\circ \end{aligned}$$

28. (1) यदि बिन्दु $A(2, 5)$ और बिन्दु B को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु $P(-1, 2)$ हो, तो बिन्दु B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(2) बिन्दुओं $P(-3, 4)$ तथा $Q(4, 5)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 3+3=6

उत्तर :

(1) माना बिन्दु $B(x_1, y_1)$ है और दिया गया बिन्दु P मध्य बिन्दु है।

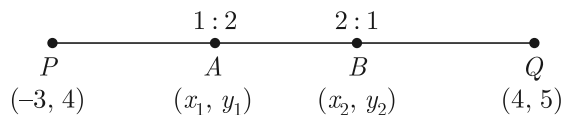


प्रश्नानुसार, $-1 = \frac{2 + x_1}{2}$
 $-2 = 2 + x_1$ $\therefore x_1 = -4$

इसी तरह से, $2 = \frac{5 + y_1}{2}$
 $4 = 5 + y_1$ $\therefore y_1 = -1$

अतः बिन्दु $B(-4, -1)$

(2) माना कि $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ अभीष्ट बिन्दु हैं जो बिन्दुओं $P(-3, 4)$ और $Q(4, 5)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समत्रिभाजित करते हैं।



माना कि, $PA = AB = QB = x$

$$AQ = x + x = 2x$$

$$PB = x + x = 2x$$

$$\frac{PA}{AQ} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} = 1:2$$

और $\frac{PB}{BQ} = \frac{2x}{x} = \frac{2}{1} = 2:1$

अतः बिन्दु A, PQ को 1:2 के अनुपात में तथा बिन्दु B, PQ को 2:1 के अनुपात में विभाजित करती है बिन्दु के लिए,

$$x_1 = \frac{1 \times (4) + 2 \times (-3)}{1 + 2} = \frac{4 - 6}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$y_1 = \frac{1 \times (5) + 2 \times (4)}{2 + 1} = \frac{5 + 8}{3} = \frac{13}{3}$$

∴ A के निर्देशांक $(-\frac{2}{3}, \frac{13}{3})$

बिन्दु B के लिए,

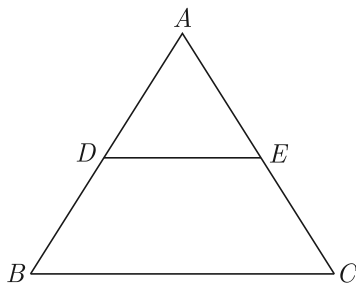
$$x_2 = \frac{2(4) + 1(-3)}{2 + 1} = \frac{8 - 3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$y_2 = \frac{2(5) + 1(4)}{2 + 1} = \frac{10 + 4}{3} = \frac{14}{3}$$

∴ B के निर्देशांक $(\frac{5}{3}, \frac{14}{3})$

अतः A तथा B के निर्देशांक क्रमशः $(-\frac{2}{3}, \frac{13}{3}), (\frac{5}{3}, \frac{14}{3})$ हैं।

29. दी गई आकृति में ABC एक त्रिभुज है। यदि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, तो सिद्ध कीजिए $DE \parallel BC$ 6



उत्तर :

दिया है, $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

या $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

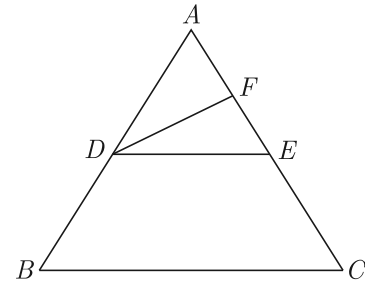
दोनों पक्षों में 1 घटाने पर,

या $\frac{AB}{AD} - 1 = \frac{AC}{AE} - 1$

$$\frac{AB - AD}{AD} = \frac{AC - AE}{AE}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{EC}{AE}$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$$



अतः एक त्रिभुज की भुजाओं AB एवं AC को DE समान अनुपात में विभाजित करती है।

सिद्ध करना है- $DE \parallel BC$

रचना- D से जाने वाली एक अन्य रेखा DF खींची।

उपपत्ति-माना कि रेखा DE भुजा BC के समान्तर नहीं है तथा D से होकर जाने वाली एक अन्य रेखा DF भुजा BC के समान्तर है।

अर्थात् $DF \parallel BC$

अतः आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय से,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC} \quad \dots(1)$$

लेकिन दिया हुआ है

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \dots(2)$$

समी. (1) तथा (2) को बराबर करने पर,

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EC}$$

दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर,

$$\frac{AF}{FC} + 1 = \frac{AE}{EC} + 1$$

$$\frac{AF + FC}{FC} = \frac{AE + EC}{EC}$$

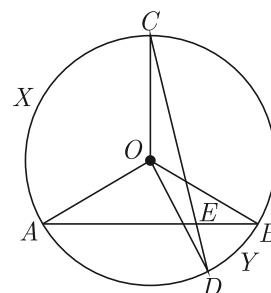
$$\frac{AC}{FC} = \frac{AC}{EC}$$

$$FC = EC$$

यह तब ही सम्भव है जब F एवं E दोनों बिन्दु सम्पाती हों, अर्थात् DF एवं DE सम्पाती रेखाएँ हैं। अतः $DE \parallel BC$ इतिसिद्धम्

अथवा

29. आकृति में, AB और CD एक वृत्त की दो जीवाएँ हैं, जो E पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिए कि $\angle AEC = \frac{1}{2}$ (चाप CXA द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण + चाप DYB द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण) है। 6



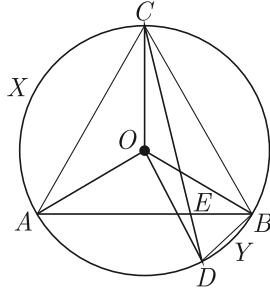
उत्तर :

दिया है- AB एवं CD एक वृत्त की दो जीवाएँ हैं, जो E पर प्रतिच्छेद करती हैं।

सिद्ध करना है- $\angle AEC = \frac{1}{2}$ (चाप CXA द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण + चाप DYB द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण)

रचना- AC, BC एवं BD को मिलाने हैं।

उपपत्ति- AB एवं CD वृत्त की दो जीवाएँ हैं। जो E पर प्रतिच्छेद करती हैं।



हम जानते हैं कि एक चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण, वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अन्तरित कोण का दोगुना होता है।
चाप CXA , केन्द्र पर $\angle AOC$ एवं शेष भाग पर $\angle ABC$ अन्तरित करता है।

$$\therefore \angle AOC = 2\angle ABC \quad \dots(1)$$

$$\text{इसी प्रकार, } \angle BOD = 2\angle BCD \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) को जोड़ने पर,

$$\angle AOC + \angle BOD = 2(\angle ABC + \angle BCD) \quad \dots(3)$$

त्रिभुज का बहिर्कोण, आन्तरिक विपरीत कोणों के योग के बराबर होता है।

इसलिए त्रिभुज CEB में,

$$\angle AEC = \angle ABC + \angle BCD \quad \dots(4)$$

समीकरण (3) व (4) से,

$$\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$$

$$\Rightarrow \angle AEC = \frac{1}{2}(\angle AOC + \angle BOD)$$

अतः $\angle AEC = \frac{1}{2}$ (चाप CXA द्वारा केन्द्र पर आन्तरिक कोण + चाप DYB द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण)

30. निम्न बारम्बारता बंटन के माध्य व बहुलक ज्ञात कीजिए- 6

प्राप्तांक	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्रों की संख्या	4	28	42	20	6

उत्तर :

प्राप्तांक	छात्रों की संख्या (f)	मध्यमान x	f · x
20-30	4	25	100
30-40	28	35	980
40-50	42	45	1890
50-60	20	55	1100
60-70	6	65	390
	$\Sigma f = 100$		$\Sigma fx = 4460$

$$\text{माध्य } \bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{4460}{100} = 44.60 \text{ अंक}$$

यहाँ सबसे अधिक बारम्बारता 42 समूह (40-50) की है

$$\text{अतः } l = 40, f_1 = 42, f_2 = 20, h = 10, f_0 = 28$$

$$\begin{aligned} \text{सूत्र } \text{बहुलक} &= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h \\ &= 40 + \frac{42 - 28}{2(42) - 28 - 20} \times 10 \\ &= 40 + \frac{14}{84 - 48} \times 10 \\ &= 40 + \frac{14}{36} \times 10 \\ &= 40 + \frac{140}{36} = 40 + 3.89 \\ \text{बहुलक} &= 43.89 \end{aligned}$$

$$\text{अतः अभीष्ट बहुलक} = 43.89 \text{ अंक}$$

□□□□□□