

This Question Paper consists of 33 questions and 11 printed pages.

इस प्रश्न-पत्र में 33 प्रश्न तथा 11 प्रिण्टेड पृष्ठ हैं।

Roll No.

अनुक्रमांक

Code No. :

कोड नं.

08/19-20/SS/311

Sl.No.

MATHEMATICS

गणित

(311)

Day and Date of Examination :

(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators : 1.

(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

2.

General Instructions :

- Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
- Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
- Making any identification mark in the answer-book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.

सामान्य अनुदेश :

- परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
- कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
- उत्तर-पुस्तिका में यहाचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य घोराया जायेगा।



MATHEMATICS**गणित**

Time : 3 Hours |

(311)

| Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे |

| पूर्णांक : 100

Note :

- (i) This question paper consists of four Sections *A, B, C* and *D*.
- (ii) Question numbers **1** to **10** in Section-*A* are multiple choice questions. Each question carries one mark. In each question there are four choices A, B, C, D of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your answer-book by writing (A), (B), (C) or (D) as case may be.
- (iii) Question numbers **11** to **16** in Section-*B* are very short answer questions and carry 2 marks each.
- (iv) Question numbers **17** to **28** in Section-*C* are short answer questions and carry 4 marks each. <https://www.rajasthanboard.com>
- (v) Question numbers **29** to **33** in Section-*D* are long answer questions and carry 6 marks each.
- (vi) All questions are compulsory. There is no overall choice in whole question paper however alternative choices are given in some questions. In such question you have to attempt only one choice.

निर्देश :

- (i) इस प्रश्न पत्र में कुल चार खण्ड *A, B, C* तथा *D* हैं।
- (ii) खण्ड *A* में **1** से लेकर **10** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न में उत्तर के रूप में *A, B, C* तथा *D* चार विकल्प दिए हैं जिनमें से कोई एक सही है। आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर पुस्तिका में (A), (B), (C) तथा (D) में जो सही हो उत्तर के रूप में लिखना है।
- (iii) खण्ड *B* में प्रश्न संख्या **11** से **16** तक अति लघूतरात्मक प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 2 अंक निर्धारित हैं।
- (iv) खण्ड *C* में प्रश्न संख्या **17** से **28** तक लघूतरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 4 अंक निर्धारित हैं।
- (v) खण्ड *D* में प्रश्न संख्या **29** से **33** तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 6 अंक निर्धारित हैं।
- (vi) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं है फिर भी कुछ प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है।



SECTION - A

खण्ड - A

1. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, then AB is

(A) $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ हो, तो AB का मान है

(A) $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

2. Value of $\tan\left(2\tan^{-1}\frac{1}{5}\right)$ is

(A) $\frac{5}{12}$

(B) $\frac{7}{12}$

(C) $\frac{12}{5}$

(D) $\frac{12}{7}$

$\tan\left(2\tan^{-1}\frac{1}{5}\right)$ का मान है

(A) $\frac{5}{12}$

(B) $\frac{7}{12}$

(C) $\frac{12}{5}$

(D) $\frac{12}{7}$

3. Given $\vec{r}_1 = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{r}_2 = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$. The magnitude of $\vec{r}_1 + \vec{r}_2$ is

(A) $\sqrt{3}$

(B) $\sqrt{29}$

(C) $\sqrt{26}$

(D) $\sqrt{38}$

दिया गया है $\vec{r}_1 = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{r}_2 = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$ तो $\vec{r}_1 + \vec{r}_2$ का परिवाण है

(A) $\sqrt{3}$

(B) $\sqrt{29}$

(C) $\sqrt{26}$

(D) $\sqrt{38}$



4. From the following, which sentence is not a statement ?

- | | |
|------------------------|---------------------------------------|
| (A) 12 is less than 16 | (B) Every set is finite set |
| (C) $x + 5 = 11$ | (D) There is no rain without clouds 1 |

निम्नलिखित में से कौन-सा वाक्य, कथन नहीं है ?

- | | |
|-----------------------|---|
| (A) 12, 16 से छोटा है | (B) प्रत्येक समुच्चय परिमित समुच्चय है |
| (C) $x + 5 = 11$ | (D) बादलों के बिना कभी भी बरसात नहीं होती |

5. If $f(x) = (3x + 1)$ and $g(x) = x^2 + 2$, then $g \circ g(x)$ is

- | | |
|----------------------|---------------------|
| (A) $3x^2 + 7$ | (B) $9x + 4$ |
| (C) $x^4 + 4x^2 + 6$ | (D) $9x^2 + 6x + 3$ |

यदि $f(x) = (3x + 1)$ तथा $g(x) = x^2 + 2$, तो $g \circ g(x)$ है

- | | |
|----------------------|---------------------|
| (A) $3x^2 + 7$ | (B) $9x + 4$ |
| (C) $x^4 + 4x^2 + 6$ | (D) $9x^2 + 6x + 3$ |

6. If $x = a(\theta - \sin\theta)$ and $y = a(1 + \cos\theta)$, then $\frac{dy}{dx}$ is

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| (A) $\cot\frac{\theta}{2}$ | (B) $-\cot\frac{\theta}{2}$ |
| (C) $\cot\theta$ | (D) $-\cot\theta$ |

यदि $x = a(\theta - \sin\theta)$ और $y = a(1 + \cos\theta)$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| (A) $\cot\frac{\theta}{2}$ | (B) $-\cot\frac{\theta}{2}$ |
| (C) $\cot\theta$ | (D) $-\cot\theta$ |

7. The points on which the function $\frac{x-1}{(x+4)(x-5)}$ is discontinuous, are

- | | |
|------------|--------------|
| (A) - 4, 5 | (B) 4, - 5 |
| (C) 4, 5 | (D) - 4, - 5 |

वे बिन्दु जिन पर फलन $\frac{x-1}{(x+4)(x-5)}$ असंतत हैं, हैं

- | | |
|------------|--------------|
| (A) - 4, 5 | (B) 4, - 5 |
| (C) 4, 5 | (D) - 4, - 5 |



8. If $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = ke^x + c$, then value of k is

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x}$
 (C) $\frac{1}{x^2}$ (D) $-\frac{1}{x^2}$

यदि $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = ke^x + c$, तो k का मान है

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x}$
 (C) $\frac{1}{x^2}$ (D) $-\frac{1}{x^2}$

9. Value of $\int_0^2 (4x^2 - 5x + 7) dx$ is

- (A) $-\frac{22}{3}$ (B) $-\frac{44}{3}$
 (C) $\frac{22}{3}$ (D) $\frac{44}{3}$

$\int_0^2 (4x^2 - 5x + 7) dx$ का मान है

- (A) $-\frac{22}{3}$ (B) $-\frac{44}{3}$
 (C) $\frac{22}{3}$ (D) $\frac{44}{3}$

10. If $y = 3x^2 + c$ is the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} - 6x = 0$, when $y = 3$, $x = 2$, then particular solution is

- (A) $y = 9x^2 - 3$ (B) $y = 3x^2 + 9$
 (C) $y = 3x^2 - 9$ (D) $y = 9x^2 + 3$

यदि अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - 6x = 0$ का व्यापक हल $y = 3x^2 + c$ है जब $y = 3$, $x = 2$, तो विशिष्ट हल है

- (A) $y = 9x^2 - 3$ (B) $y = 3x^2 + 9$
 (C) $y = 3x^2 - 9$ (D) $y = 9x^2 + 3$



SECTION - B**खण्ड - B**

11. Find the equation of the line joining $A(3, 2)$ and $B(5, 1)$ using determinants. 2

सारणिकों का प्रयोग करते हुए, $A(3, 2)$ तथा $B(5, 1)$ को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

- Find the value of x for which the following matrix A is singular : 2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ x & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

x का मान ज्ञात कीजिए जिससे दिया गया आव्यूह A अव्युत्क्रमणीय है :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ x & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

12. Prove that $f: R \rightarrow R$ defined by $f(x) = x^2 + 3$ is neither one-one nor onto function. 2

सिद्ध कीजिए कि $f: R \rightarrow R$ जो $f(x) = x^2 + 3$ द्वारा परिभाषित है, न तो एकेकी फलन और न ही आच्छादक फलन है।

13. Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{12-x}-x}{\sqrt{6+x}-3}$. 2

मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{12-x}-x}{\sqrt{6+x}-3}$.

14. Show that the derivative of $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ with respect to $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ is 1. 2

दर्शाइए कि $\tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ का $\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ के सापेक्ष अवकलज 1 है।



15. Find the value of λ so that the vectors $\vec{a} = -4\hat{i} - 6\hat{j} + \lambda\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = -8\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ are coplanar. 2

λ का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश $\vec{a} = -4\hat{i} - 6\hat{j} + \lambda\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = -8\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ समतलीय हैं।

16. Which of the following statements are true and which are false ? In each case give a valid reason for saying so.

- (i) p : Each radius of circle is a chord of the circle
- (ii) q : The centre of a circle bisects each chord of the circle
- (iii) r : Circle is a particular case of an ellipse
- (iv) s : If x and y are integers such that $x > y$, then $-x < -y$. 2

निम्नलिखित कथनों में से कौन-सा कथन सत्य है और कौन-सा कथन असत्य है ? प्रत्येक के लिए अपने उत्तर की वैधता के लिए उचित कारण बताइए।

- (i) p : वृत्त की प्रत्येक त्रिज्या उसकी जीवा होती है।
- (ii) q : किसी वृत्त का केन्द्र वृत्त की प्रत्येक जीवा को समाहित करता है।
- (iii) r : एक वृत्त, किसी दीर्घवृत्त की एक विशेष स्थिति है।
- (iv) s : यदि x और y ऐसे पूर्णांक हैं कि $x > y$, तो $-x < -y$.

SECTION - C

खण्ड - C

17. Solve the matrix equation : $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$. 4
आव्यूह समीकरण $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ को हल कीजिए।

18. Show that the points P , Q and R with position vectors $\vec{a} - 2\vec{b}$, $2\vec{a} + 3\vec{b}$ and $-7\vec{b}$ respectively, are collinear. 4

दिखाइए कि बिन्दु P , Q तथा R , जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} - 2\vec{b}$, $2\vec{a} + 3\vec{b}$ तथा $-7\vec{b}$ हैं, सरेख हैं।



19. Prove that $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc.$

4

सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc.$

OR/अथवा

Evaluate : $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}.$

4

मान जात कीजिए : $\begin{vmatrix} 1 & bc & a(b+c) \\ 1 & ca & b(c+a) \\ 1 & ab & c(a+b) \end{vmatrix}.$

20. Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{\pi}{4}.$

4

सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{\pi}{4}.$

21. If $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 2$, then prove that f is one-one and onto. Also, find the inverse of function f .

4

यदि $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 2$ हो तो सिद्ध कीजिए कि f एककी-आच्छादक है। f का प्रतिलोम फलन भी जात कीजिए।

22. If $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$, then find whether $f(x)$ is continuous at $x = 0$ or not.

4

यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$, तो जात कीजिए कि $f(x)$, $x = 0$ पर संतत है या नहीं।

23. If $x^y = e^{x-y}$, then evaluate $\frac{dy}{dx}$.

4

यदि $x^y = e^{x-y}$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान जात कीजिए।



24. Verify Lagrange's Mean value theorem for function $f(x) = (x - 3)(x - 6)(x - 9)$ in $3 \leq x \leq 5$. 4

फलन $f(x) = (x - 3)(x - 6)(x - 9)$ को $3 \leq x \leq 5$ के लिए लाग्रांज के माध्य मान प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

OR/अथवा

Find for what values of x , the function $f(x) = x^2 - 6x + 8$ is increasing and for what values of x it is decreasing. <https://www.rajasthanboard.com> 4

x के किन मानों के लिए, फलन $f(x) = x^2 - 6x + 8$ वर्धमान है तथा किनके लिए ह्रासमान है ?

25. Find $\int_1^2 x dx$ as the limit of sum. 4

$\int_1^2 x dx$ का योग की सीमा के रूप में ज्ञात कीजिए।

26. Solve the differential equation $\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = 2 \sin^2 x \cos x$. 4

अवकल समीकरण $\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = 2 \sin^2 x \cos x$ को हल कीजिए।

27. The magnitude of vector product of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with the sum of vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to $2\sqrt{26}$. Find the value of λ . 4

सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के योग के साथ सदिश गुणनफल का परिमाण $2\sqrt{26}$ के बराबर है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

28. Find : $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx$. 4

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx$.

OR/अथवा

- Find : $\int \frac{2x+5}{x^2 - x - 2} dx$. 4

$\int \frac{2x+5}{x^2 - x - 2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।



SECTION - D

खण्ड - D

29. Solve the following system of equations, using matrix method :

6

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$2x + 3y - z = 5$$

आव्यूह विधि से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$x - 2y + z = 0$$

$$2x + 3y - z = 5$$

OR/अथवा

Find the inverse of matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 6 \\ 5 & 4 & -5 \end{bmatrix}$.

6

आव्यूह A का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए जबकि $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 6 \\ 5 & 4 & -5 \end{bmatrix}$.

30. Find the equation of all lines having slope - 4 that are tangents to the curve $y = \frac{1}{x-1}$.

6

उन सभी रेखाओं, जिनकी प्रवणता - 4 है, के समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र $y = \frac{1}{x-1}$ पर स्पर्श रेखाएँ हैं।

OR/अथवा

Find the local maximum and local minimum of the following function :

$$2x^3 - 21x^2 + 36x - 20.$$

6

फलन $2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ के लिए स्थानीय उच्चिष्ठ तथा स्थानीय निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए।

31. Find the area enclosed by the curves $y = x^2$ and $y = x + 2$.

6

वक्रों $y = x^2$ तथा $y = x + 2$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



32. Prove that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$ are coplanar. Also, find the equation of the plane containing these lines. 6
 सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ और $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$ समतलीय हैं। साथ ही उस समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।
33. In a small scale industry, a manufacturer produces two types of leather bags. The first type of leather bag requires 3 hours on machine A and 2 hours on machine B for completion, whereas the second type of leather bag requires 3 hours on machine A and 3 hours on machine B. The machine A can run at the most for 18 hours while the machine B for at the most 14 hours per day. He earns a profit of Rs. 30 on each leather bag of first type and Rs. 40 on each leather bag of the second type. Use graphical method to find, how many leather bags of each type should he make each day so as to have maximum profit. 6
 एक लघु उद्योग में, एक निर्माता दो प्रकार के चमड़े के बैग बनाता है। पहले प्रकार के चमड़े के बैग को पूर्ण बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक होते हैं। दूसरे प्रकार के चमड़े के बैग के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 3 घंटे आवश्यक होते हैं। प्रतिदिन मशीन A अधिकतम 18 घंटे तथा मशीन B अधिकतम 14 घंटे चल सकती है। यहले प्रकार के प्रत्येक चमड़े के बैग पर वह 30 रुपये लाभ तथा दूसरे प्रकार के प्रत्येक चमड़े के बैग पर 40 रुपये लाभ कमाता है। आलेखीय विधि से हल करते हुए, ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक दिन वह प्रत्येक प्रकार के कितने चमड़े के बैग बनाए जिससे उसे अधिकतम लाभ प्राप्त हो।
-

<https://www.rajasthanboard.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

